

## MATEMATICA III

CORSO DI LAUREA IN STATISTICA, ECONOMIA, FINANZA E ASSICURAZIONI  
FACOLTÀ DI INGEGNERIA DELL'INFORMAZIONE, INFORMATICA E STATISTICA  
SAPIENZA UNIVERSITÀ DI ROMA  
A.A. 21/22

DOCENTE: DOTT. GIULIO GALISE

Cognome e nome: .....

Numero di matricola: .....

### Prova scritta del 13.10.2022 (appello straordinario)

**Esercizio 1** (6 punti). Determinare l'insieme di definizione  $D$  della funzione

$$f(x, y) = \log\left(\frac{x+1}{y-1}\right) + \sqrt{x^2 + \cos^2(y)}$$

e rappresentarlo graficamente.

Dire, senza giustificare la risposta, se le seguenti affermazioni sono vere o false:

- $D$  è un aperto connesso;
- $D$  è convesso;
- la frontiera  $\partial D$  è illimitata;
- $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x = -1\} \subseteq \overline{D}$ , essendo  $\overline{D}$  la chiusura dell'insieme  $D$ .

**Esercizio 2** (9 punti). Stabilire se la funzione

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{\sin(y^3) \sin(x^2)}{x^4 + y^4} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

è:

- continua<sup>1</sup> in  $(0, 0)$ ;
- derivabile in  $(0, 0)$ ;
- differenziabile in  $(0, 0)$ .

---

<sup>1</sup>Può essere utile la disuguaglianza  $|\sin(x)| \leq |x|$  per ogni  $x \in \mathbb{R}$

**Esercizio 3** (9 punti). Determinare massimo e minimo assoluti della funzione

$$f(x, y) = x^2 + xy + y^2$$

nel quadrato  $Q = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : -2 \leq x \leq 2, -2 \leq y \leq 2\}$ .

Determinare poi

$$\inf_S f \quad \text{e} \quad \sup_S f$$

essendo

$$S = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \geq 0, y \geq 0\} .$$

**Esercizio 4** (9 punti). Sia

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 3, 0 \leq x \leq y\}.$$

- Calcolare il seguente integrale doppio:

$$\iint_D y \, dx dy.$$

- Stabilire la validità della seguente disuguaglianza:

$$\iint_{x^2+y^2 \leq 1} \sin(y) \, dx dy \leq \iint_D \sin^2(x - y) \, dx dy.$$